$\Rightarrow$ l'équation $\varphi(x) = 0$ possède une seule solution dans $]-\frac{1}{2};\frac{1}{2}]$

Or $\varphi(0) = \text{Log}(1+2\times 0) - 0 = 0$ alors cette solution est 0

$*$ φ est continue et strictement décroissante sur $[\frac{1}{2};+\infty[$

$\Rightarrow$ φ réalise une bijection de $[\frac{1}{2};+\infty[$ dans $]-\infty;\ln 2-\frac{1}{2}] \ni 0$

$\Rightarrow$l'équation $\varphi(x) = 0$ possède une seule solution α dans $[\frac{1}{2};+\infty[$

Bilan : l'équation $\varphi(x) = 0$ admet deux solutions 0 et α

$\otimes$ $\varphi(1)\times\varphi(2) = [\ln 3 - 1]\times[\ln 5 - 2] < 0 \Rightarrow 1 < \alpha < 2.$

b- $f(x) - x = \varphi(x); \forall x \in]-\frac{1}{2};+\infty[$. Or d'aprés le TV de φ on a :

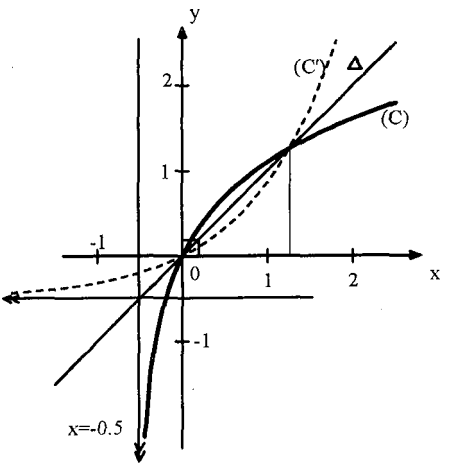
x	-1/2		0		α		$+\infty$
signeφ (x)	||	−	0	+	0	−	

D'où le tableau de position relative de (C) et Δ.

x	-1/2		0		α		$+\infty$
signe(f(x)-x)	||	−	0	+	0	−	
position rel		$\Delta/(C)$		$(C)/\Delta$		$\Delta/(C)$	

c- Traçage de (C) et Δ

$\lim\limits_{\left(-\frac{1}{2}\right)^+} f = -\infty \Rightarrow$ la droite d'équation $x = -\frac{1}{2}$ est une asymptote verticale à (C).



• $\lim\limits_{+\infty} f = +\infty$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} =$

$= \lim\limits_{x\to+\infty} [\frac{\text{Log}(x)}{x} + \frac{\text{Log}\left(2+\frac{1}{x}\right)}{x}] = 0$

$\Rightarrow$ (C) admet une branche parabolique infinie de direction $(x'Ox)$ au voisinage de $+\infty$.

3/a- f est continue et strictement croissante sur $D=]-\frac{1}{2};+\infty[$

$\Rightarrow$ f réalise une bijection de $D=]-\frac{1}{2};+\infty[$ dans $f(D)=]-\infty;+\infty[$

Donc f admet une fonction réciproque f^{-1} de courbe (C')

• D'après le cours $(C') = S_\Delta((C))$.